VALEUR EFFICACE

1. Présentation

Nous cherchons à comprendre la notion de <u>valeur efficace</u> d'une grandeur électrique périodique.

Le mathématicien définirait la périodicité d'une fonction par l'expression : $f(x+k.p) = f(x)$ dans laquelle p est la période et k un nombre entier. C'est une fonction dont la représentation graphique est composée de motifs qui se répètent

La notion de valeur efficace est à rapprocher de celle de puissance comme nous allons le montrer dans la suite du texte.

2. Définition mathématique de la valeur efficace

Soit f une fonction périodique de la variable x et de période T.

$y_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{x0}^{x0+T}(f(x))^2}$ définit la valeur efficace de la fonction f(x)

Cette définition fait appel à des notions mathématiques qui sont vues en fin de terminale. Nous allons voir une manière plus accessible de définir la valeur efficace.

3. Expérience par la pensée

Considérons deux fers à souder identiques, leur résistance vaut R. Le premier est alimenté en courant continu et le second en courant alternatif sinusoïdal. Les deux fers vont chauffer de la même manière.

3.1. En courant continu

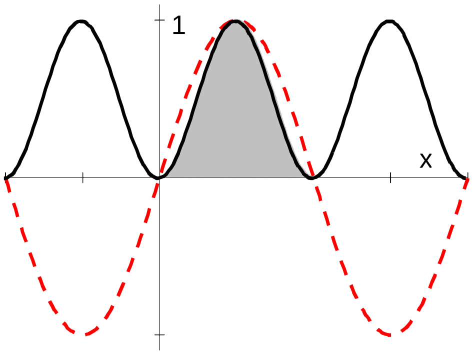
L'intensité du courant absorbée par le fer est I_c.

Sa puissance absorbée est donnée par $P = R \cdot I_c^{\,2}$

3.2. En courant alternatif sinusoïdal

Le courant absorbé par le fer est alternatif sinusoïdal, sa valeur instantanée est décrite par l'expression : $i_a = I_a \cdot \sin(x)$ dans laquelle I_a est l'amplitude et x la variable qui fait intervenir le temps.

<u>On conviendra que la valeur efficace du courant traversant le second fer est égale à I_c.</u>



Traçons la représentation graphique de l'évolution de la puissance instantanée absorbée par le fer en fonction du temps.

En rouge, la fonction sin(x), c'est l'évolution du courant en fonction du temps.

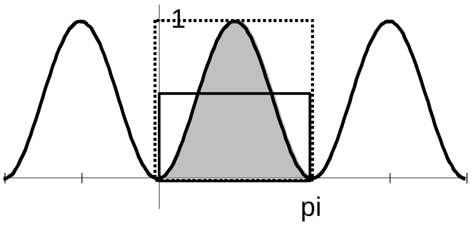
En noir la fonction sin²(x), c'est l'évolution de la puissance.

Attention, les ordonnées ont été normalisées c'est à dire que l'amplitude de la fonction sinusoïdale a été prise comme unité. C'est une manière de ne s'intéresser qu'au phénomène important qui est l'évolution de la puissance absorbée par le fer en fonction du temps.

La surface grisée représente l'aire d'un motif de la fonction sin²(x). C'est l'énergie absorbée par le fer pendant une demi-période de la tension alternative.

Tout ce qui ce qui a été dit à propos de la puissance s'applique à l'intensité (au carré) du courant car les deux grandeurs sont liées par une relation de proportionnalité.

3.3. Relation liant la valeur efficace à l'amplitude d'une fonction sinusoïdale.



l'aire de la surface grisée représente la moitié de l'aire du rectangle en trait pointillé. On peut s'en assurer en utilisant la calculatrice graphique[1].

Construisons le rectangle en trait plein qui possède la même aire que la surface grisée. L'aire de ce rectangle représente également l'énergie absorbée par le fer.

La hauteur de ce rectangle est ½.

On en déduit que la valeur moyenne de la fonction $\sin^2(x)$ est égale à ½.

Souvenons-nous que les ordonnées ont été normalisées par rapport à I_a^2.

Donc la valeur moyenne de la fonction $I_a^2 \sin^2(x)$ est égale à $\frac{I_a^2}{2} = I_{eff}^2$

$$\boxed{I_{eff} = \frac{I_a}{\sqrt{2}}}$$

Attention ce résultat n'est pas valable pour toutes les fonctions périodiques

[1] Ou bien en remarquant que la fonction $\sin^2(x)$ réduite à l'intervalle [0 ; π/2] présente une symétrie.