Un lien parfait entre le ratio d'or et la suite de Fibonacci

Phi φ = 1,6180339887…
phi ϕ = 0,6180339887…

Première suite :

$1 + 1\phi = Phi^1$
$2 + 1\phi = Phi^2$
$3 + 2\phi = Phi^3$
$5 + 3\phi = Phi^4$
$8 + 5\phi = Phi^5$
$13 + 8\phi = Phi^6$
$21 + 13\phi = Phi^7$
Etc.

Deuxième suite :

$Phi^1 + 1\phi^2 = 2$
$Phi^2 + 1\phi^2 = 3$
$Phi^3 + 2\phi^2 = 5$
$Phi^4 + 3\phi^2 = 8$
$Phi^5 + 5\phi^2 = 13$
$Phi^6 + 8\phi^2 = 21$
$Phi^7 + 13\phi^2 = 34$
Etc.

ÉQUATIONS :

On sait que :	Ces équations modifient le rapport afin d'obtenir la valeur précise de φ :
$\frac{f_{(n)}}{f_{(n-1)}} \approx 1{,}618...$	$\rightarrow \frac{f_{(n)} + (f_{(n-1)} \times \phi)}{f_{(n-1)} + (f_{(n-2)} \times \phi)} = \varphi$ $\rightarrow \frac{f_{(n)} - (f_{(n-2)} \times (1 - \phi))}{f_{(n-1)} - (f_{(n-3)} \times (1 - \phi))} = \varphi$

$N^{ième}$ nombre de la suite de Fibonacci

Cette équation permet de trouver le $n^{ième}$ nombre de la suite de Fibonacci avec une précision absolue.
Seule la valeur de Phi est utilisée…

ÉQUATION :

$$f(n) = \mathrm{Phi}^{n}\ (\ \mathrm{Phi}^{-2} + \mathrm{Phi}^{-6} + \mathrm{Phi}^{-10} + \mathrm{Phi}^{-14} + \mathrm{Phi}^{-18} + \mathrm{Phi}^{-22} + \ldots\ \mathrm{Phi}^{(x-4)} + \mathrm{Phi}^{(x-1)}\ )$$

- $\lceil n/2 \rceil$ = nombre d'itérations – arrondi (vers le haut)
- Si n est impair, ajouter une itération supplémentaire $\longrightarrow$ $\mathrm{Phi}^{(x-1)}$.

Ex. : $$f(5) = \mathrm{Phi}^{5}\ (\ \underset{1}{\mathrm{Phi}^{-2}} + \underset{2}{\mathrm{Phi}^{-6}} + \underset{3}{\mathrm{Phi}^{-10}} + \mathrm{Phi}^{-11}\ ) = 5$$

Nombre d'itérations $\longrightarrow$ 5/2 = 2,5 arrondi (vers le haut) = 3 $\longrightarrow$ Donc 3 itérations plus une itération supplémentaire car 5 est impair.

Exemple 1 :

Si $n = 6$

$\lceil n/2 \rceil$ = 3 itérations

$$f(6) = \mathrm{Phi}^{6}\ (\ \underset{1}{\mathrm{Phi}^{-2}} + \underset{2}{\mathrm{Phi}^{-6}} + \underset{3}{\mathrm{Phi}^{-10}}\ )$$

$$f(6) = 17{,}944\ldots \times (\ 0{,}3819\ldots + 0{,}0557\ldots + 0{,}0081\ldots\ ) = 8$$

Exemple 2 :

Si n = 11

$\lceil n/2 \rceil$ = 6 itérations

n est impair, on ajoute phi$^{(x-1)}$

$$f(11) = \text{Phi}^{11} \left(\underset{1}{\text{Phi}^{-2}} + \underset{2}{\text{Phi}^{-6}} + \underset{3}{\text{Phi}^{-10}} + \underset{4}{\text{Phi}^{-14}} + \underset{5}{\text{Phi}^{-18}} + \underset{6}{\text{Phi}^{-22}} + \text{Phi}^{-23} \right)$$

$$f(11) = 199{,}005\ldots \times (0{,}3819\ldots + 0{,}0557\ldots + 0{,}0081\ldots + 0{,}0011\ldots + 0{,}00017\ldots + 0{,}000025\ldots + 0{,}0000156\ldots) = 89$$

Exemple 3 :

Si n = 12

$\lceil n/2 \rceil$ = 6 itérations

$$f(12) = \text{Phi}^{12} \left(\underset{1}{\text{Phi}^{-2}} + \underset{2}{\text{Phi}^{-6}} + \underset{3}{\text{Phi}^{-10}} + \underset{4}{\text{Phi}^{-14}} + \underset{5}{\text{Phi}^{-18}} + \underset{6}{\text{Phi}^{-22}} \right)$$

$$f(12) = 321{,}996\ldots \times (0{,}3819\ldots + 0{,}0557\ldots + 0{,}0081\ldots + 0{,}0011\ldots + 0{,}00017\ldots + 0{,}000025\ldots) = 144$$

© Sylvain St-Louis
Shawinigan – 21 septembre 2014
Courriel : sylvainstlouis@yahoo.ca